Ejercicio estática de la partícula

(5 de octubre de 2017)

Alumno

1.- Determine la tensión necesaria en los cables BA y BC para sostener el cilindro de 60 kg que se muestra en la figura.

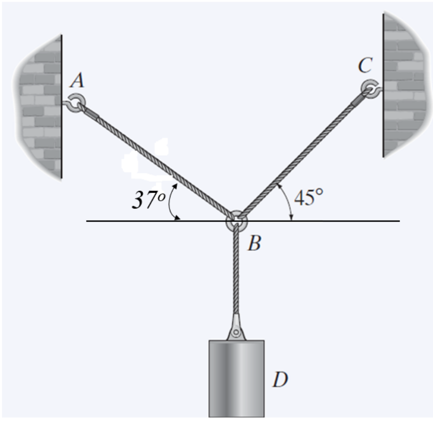

Figura 1: *Ejercicio 1*

Solución (procedimiento 1):

En la figura 2 se muestra el diagrama del cuerpo libre para el punto B

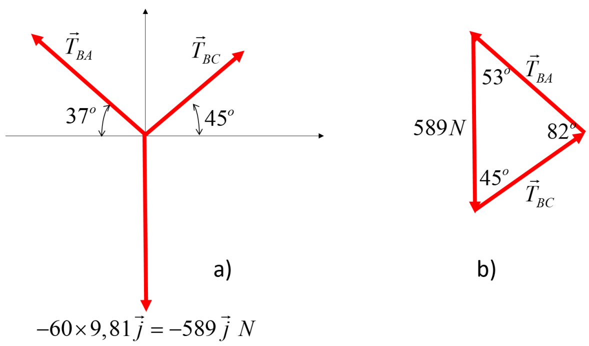

Figura 2: *Ejercicio 1*

La expresión vectorial de cada una de las fuerzas que actúan en el punto B, se muestran en las ecuaciones siguientes:

$$\overrightarrow{T_{BC}} = T_{BC}\cos 45^0\,\vec{i} + T_{BC}\sin 45^0\,\vec{j} \tag{1}$$

$$\overrightarrow{T_{BA}} = -T_{BA}\cos 37^0\,\vec{i} + T_{BA}\sin 37^0\,\vec{j} \tag{2}$$

$$\overrightarrow{W} = -589\,\vec{j} \tag{3}$$

Al estar el punto B en equilibrio, se verifica que la suma de las tres fuerzas tiene que ser cero, por tanto, al sumar las tres ecuaciones obtenemos el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$T_{BC}\cos 45^0 - T_{BA}\cos 37^0 = 0 \tag{4}$$

$$T_{BC}\sin 45^0 + T_{BA}\sin 37^0 = 589 \tag{5}$$

Cuya solución es:

$$T_{BC} = 475\,N\,;\,T_{BA} = 421\,N$$

Solución (procedimiento 2):

en la figura 2_b se han dibujado las tres fuerzas una a continuación de la otra, al estar en equilibrio forman un polígono cerrado, en este caso, un triángulo. Aplicando el teorema del seno a dicho triángulo:

$$\frac{589N}{\sin 82} = \frac{T_{BA}}{\sin 45} = \frac{T_{BC}}{\sin 53} \tag{6}$$

de donde:

$$T_{BA} = \sin 45\frac{589N}{\sin 82} = 421N\,;\,T_{BC} = \sin 37\frac{589N}{\sin 82} = 475N$$

2.- Determine la fuerza necesaria en cada uno de los tres cables para elevar el tractor cuya masa es de $8000\,kg$.

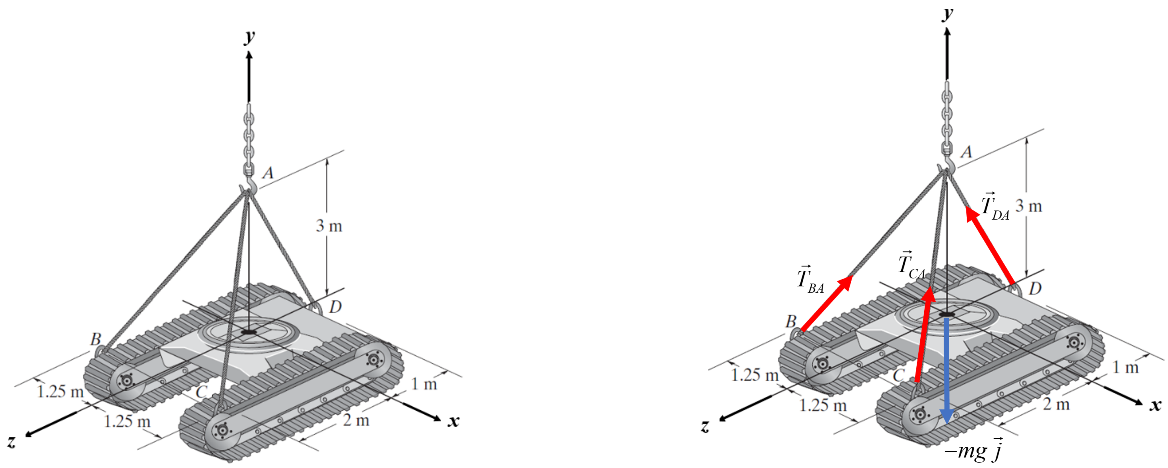

Figura 3: *Ejercicio 2*

En la figura 3 se muestran las tensiones en los cables y el peso del tractor, si el tractor está en equilibrio la suma de todas las fuerzas tiene que ser cero esto es:

$$\overrightarrow{T_{BA}} + \overrightarrow{T_{CA}} + \overrightarrow{T_{DA}} - 8000 \times 9{,}81\,\vec{j} = \vec{0} \tag{7}$$

Por tanto, tenemos que expresar las tensiones en forma vectorial, para ello, localizamos las coordenadas de los puntos:

$$A(0,3,0)\,,\,B(-1{,}25,0,2)\,,\,C(1{,}25,0,2)\,,\,D(0,0,-1)$$

a continuación escribimos los vectores que nos dan las direcciones de cada una de las tensiones:

$$\begin{array}{c} \overrightarrow{BA} = 1,25\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}; \left|\overrightarrow{BA}\right| = 3,82\,m\,;\overrightarrow{u}_{BA} = \frac{1}{3{,}82}\left(1,25\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}\right) \\ \overrightarrow{CA} = -1,25\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}; \left|\overrightarrow{CA}\right| = 3,82\,m\,;\overrightarrow{u}_{CA} = \frac{1}{3{,}82}\left(-1,25\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}\right) \\ \overrightarrow{DA} = 0\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}; \left|\overrightarrow{DC}\right| = \sqrt{10}\,m\,;\overrightarrow{u}_{DA} = \frac{1}{\sqrt{10}}\left(3\vec{j} + \vec{k}\right) \end{array} \tag{8}$$

podemos obtener ahora la expresión cartesiana de cada tensión:

$$\overrightarrow{T_{BA}} = \frac{T_1}{3,82}\left(1,25\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}\right) \tag{9}$$

$$\overrightarrow{T_{CA}} = \frac{T_2}{3,82}\left(-1,25\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}\right) \tag{10}$$

$$\overrightarrow{T_{DA}} = \frac{T_3}{\sqrt{10}}\left(3\vec{j} + \vec{k}\right) \tag{11}$$

En donde,

$$T_1 = \left|\overrightarrow{T_{BA}}\right|; T_2 = \left|\overrightarrow{T_{CA}}\right|; T_3 = \left|\overrightarrow{T_{DA}}\right|;$$

sustituimos en la ecuación 7 las expresiones de las ecuaciones 9,10 y 11 y obtenemos el siguiente sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:

$$\begin{array}{c} \frac{1{,}25T_1}{3{,}82} - \frac{1{,}25T_2}{3{,}82} = 0 \\ \frac{3T_1}{3{,}82} + \frac{3T_2}{3{,}82} + \frac{3T_3}{\sqrt{10}} = 8000 \times 9,81 \\ \frac{-2T_1}{3{,}82} + \frac{-2T_2}{3{,}82} + \frac{T_3}{\sqrt{10}} = 0 \end{array}$$

Al resolver el sistema se obtiene:

$$T_1 = T_2 = 1,67 \times 10^4 N\,; T_3 = 5,52 \times 10^4 N$$

Hemoss expresado los resultados con tres cifras significativas.