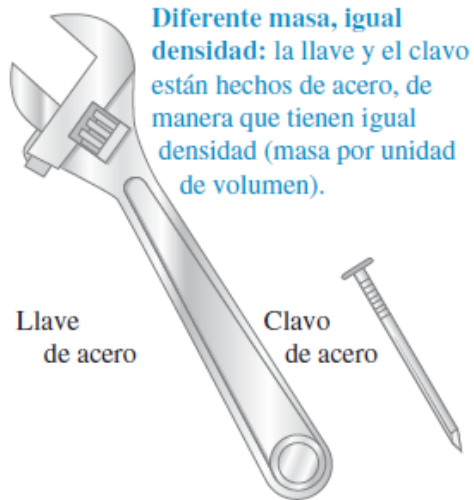




Objetivos

- Comprender el significado de la densidad de un material
- Concepto de presión en un fluido y su medida.
- Saber calcular la fuerza de flotación que ejerce un fluido sobre un cuerpo sumergido en ella.
- Saber utilizar la ecuación de Bernoulli para relacionar la presión y la rapidez de flujo en diferentes puntos en ciertos tipos de fluidos.



Densidad

Una propiedad importante de cualquier material es su **densidad**, que se define como su masa por unidad de volumen. Un material homogéneo, como el hielo o el hierro, tiene la misma densidad en todas sus partes. Usamos la letra griega ρ (rho) para denotar la densidad. Si una masa m de material homogéneo tiene un volumen V , la densidad ρ es

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (\text{definición de densidad}) \quad (14.1)$$

Dos objetos hechos del mismo material tienen igual densidad aunque tengan masas y volúmenes diferentes. Eso se debe a que la *razón* entre masa y volumen es la misma para ambos objetos (figura 14.1).

$$1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

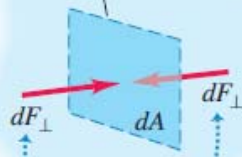
Ejemplo 9-1

Peso de un cuarto lleno de aire

Calcule la masa y el peso del aire en una estancia a 20°C cuyo piso mide $4.0 \text{ m} \times 5.0 \text{ m}$ y que tiene una altura de 3.0 m . ¿Qué masa y peso tiene un volumen igual de agua? $\rho_{\text{aire}} = 0,001293 \text{ g/cm}^3$

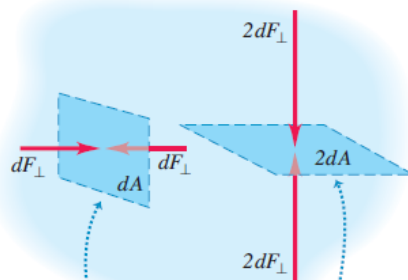
14.3 Las fuerzas actúan sobre una pequeña superficie dentro de un fluido en reposo.

Área pequeña dA dentro del fluido en reposo



La superficie no acelera, por lo que el fluido circundante ejerce fuerzas normales iguales sobre ambos lados de ella. (El fluido no puede ejercer ninguna fuerza paralela a la superficie, ya que eso provocaría que la superficie acelerara.)

14.4 La presión sobre cualquiera de los dos lados de una superficie es igual a la fuerza dividida entre el área. La presión es un escalar y sus unidades son newtons por metro cuadrado. En contraste, la fuerza es un vector y sus unidades son newtons.



Aunque estas dos superficies difieren en área y orientación, la presión sobre ellas (fuerza dividida entre el área) es igual.

La presión es un escalar: no tiene dirección.

Presión en un fluido

Cuando un fluido (ya sea líquido o gas) está en reposo, ejerce una fuerza perpendicular a cualquier superficie en contacto con él, como la pared de un recipiente o un cuerpo sumergido en el fluido. Ésta es la fuerza que sentimos en las piernas al meterlas en una piscina. Aunque el fluido considerado como un todo está en reposo, las moléculas que lo componen están en movimiento; la fuerza ejercida por el fluido se debe a los choques de las moléculas con su entorno.

Si imaginamos una superficie *dentro* del fluido, el fluido a cada lado de ella ejerce fuerzas iguales y opuestas sobre la superficie. (De otra forma, la superficie se aceleraría y el fluido no permanecería en reposo.) Considere una superficie pequeña de área dA centrada en un punto en el fluido; la fuerza normal que el fluido ejerce sobre cada lado es dF_{\perp} (figura 14.3). Definimos la **presión** p en ese punto como la fuerza normal por unidad de área, es decir, la razón entre dF_{\perp} y dA (figura 14.4):

$$p = \frac{dF_{\perp}}{dA} \quad (\text{definición de presión}) \quad (14.2)$$

Si la presión es la misma en todos los puntos de una superficie plana finita de área A

$$P = \frac{F_n}{A} \quad \text{Donde } F_n \text{ es la fuerza normal neta en un lado de la superficie}$$

$$1 \text{ pascal} = 1 \text{ Pa} = \text{N/m}^2$$

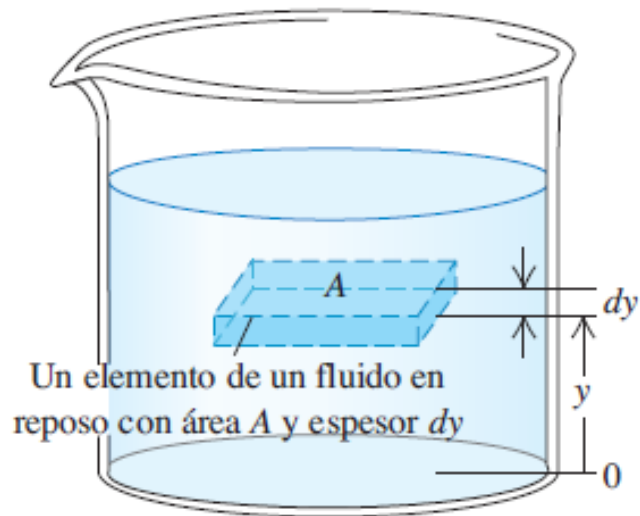
$$(p_a)_{\text{med}} = 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

CUIDADO **No confunda presión con fuerza** En el lenguaje cotidiano, las palabras “presión” y “fuerza” significan casi lo mismo, pero en la mecánica de fluidos describen cantidades distintas con características diferentes. La presión de fluidos actúa en forma perpendicular a cualquier superficie en el fluido, sin importar su orientación (figura 14.4). Por lo tanto, la presión no tiene una dirección intrínseca: es un escalar. En cambio, la fuerza es un vector con dirección definida. Recuerde que la presión es fuerza por unidad de área. Como muestra la figura 14.4, una superficie con el doble de área recibe el doble de fuerza ejercida por un fluido, por lo que la presión es igual. ■

Ejemplo 9-2 **La fuerza del aire**

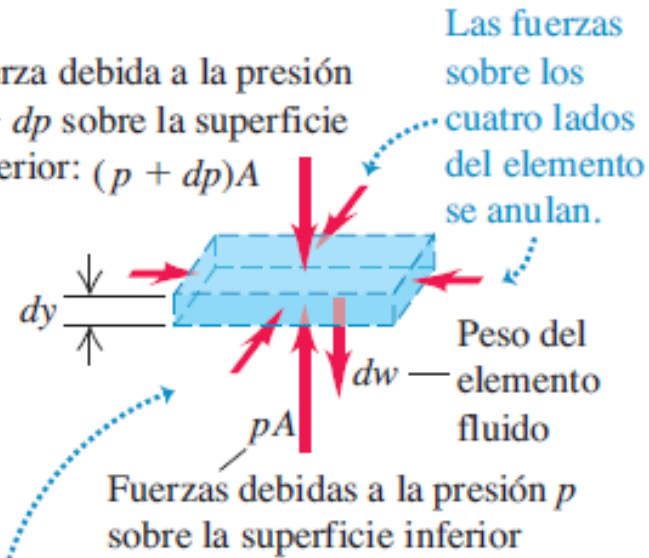
En la estancia descrita en el ejemplo 14.1, ¿qué fuerza total descendente actúa sobre el piso debida a una presión del aire de 1.00 atm?

Presión, profundidad y ley de Pascal



b)

Fuerza debida a la presión $p + dp$ sobre la superficie superior: $(p + dp)A$

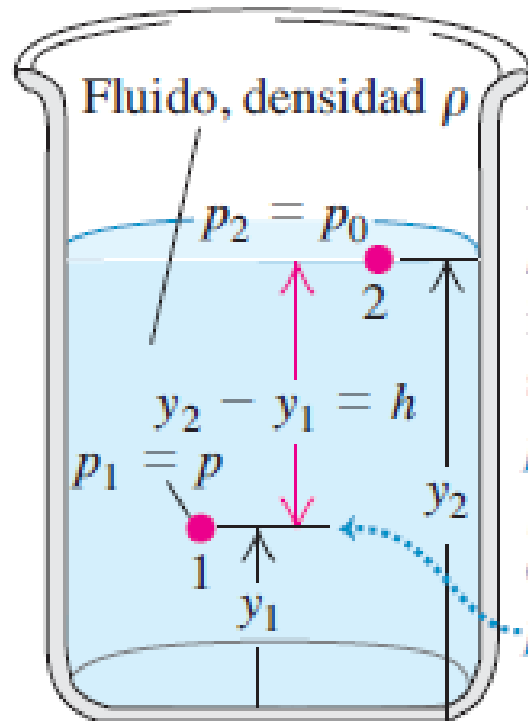


Como el fluido está en equilibrio, la suma vectorial de las fuerzas verticales sobre el elemento fluido debe ser cero:
 $pA - (p + dp)A - dw = 0$.

$$\sum F_y = 0 \quad ; \Rightarrow pA - (p + dp)A - \rho g A dy = 0$$

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g$$

Variación de la presión con la profundidad en un fluido uniforme



A una profundidad h , la presión p es igual a la presión sobre la superficie p_0 más la presión ρgh debida al fluido que hay encima:
 $p = p_0 + \rho gh$.

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g$$

$$dp = -\rho g dy$$

$$\int_1^2 dp = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g dy$$

Si la densidad es uniforme

$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1)$$

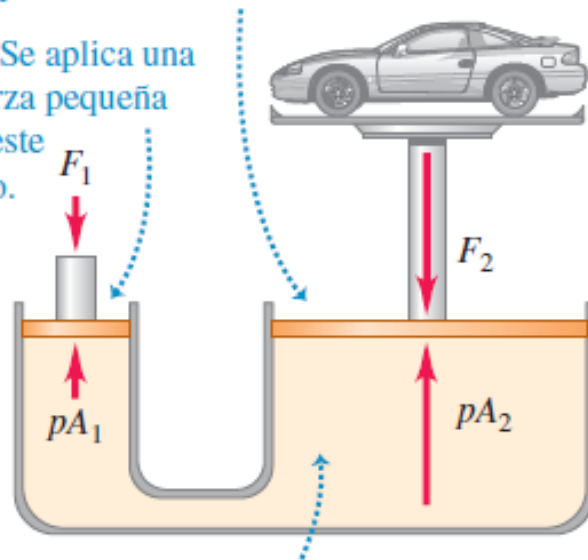
$$p_1 = p_2 + \rho g(y_2 - y_1) = p_2 + \rho gh$$

Ley de Pascal la presión aplicada a un fluido encerrado se transmite sin disminución a todas las partes del fluido y las paredes del recipiente.

14.8 El elevador hidráulico es una aplicación de la ley de Pascal. El tamaño del recipiente lleno de fluido se ha exagerado por claridad.

③ Al actuar sobre un pistón con una mayor área, la presión produce una fuerza capaz de sostener el automóvil.

① Se aplica una fuerza pequeña en este lado.



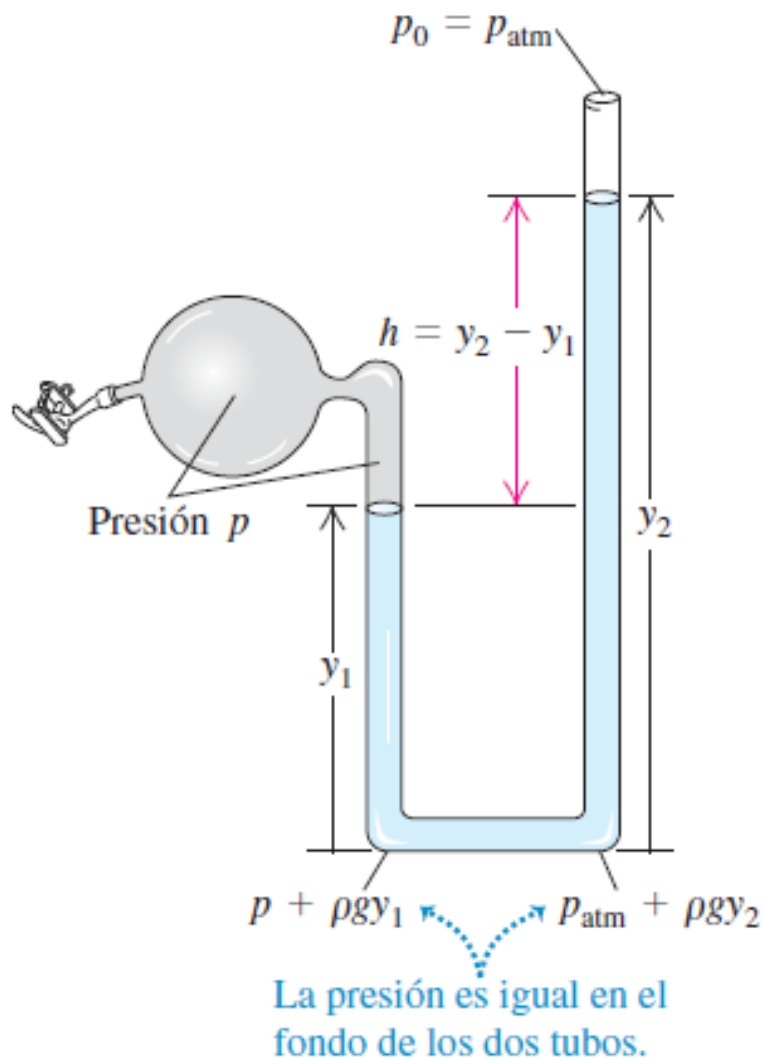
② La presión p tiene el mismo valor en todos los puntos a la misma altura en el fluido (ley de Pascal).

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

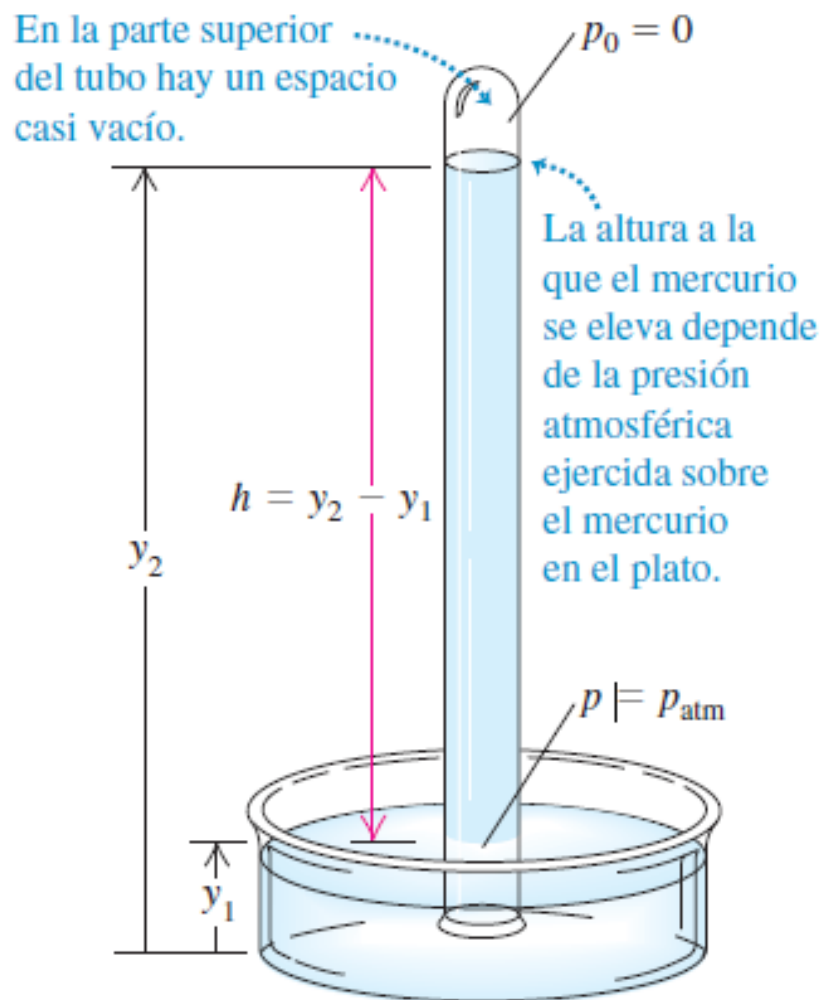
$$F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$

Medidores de presión

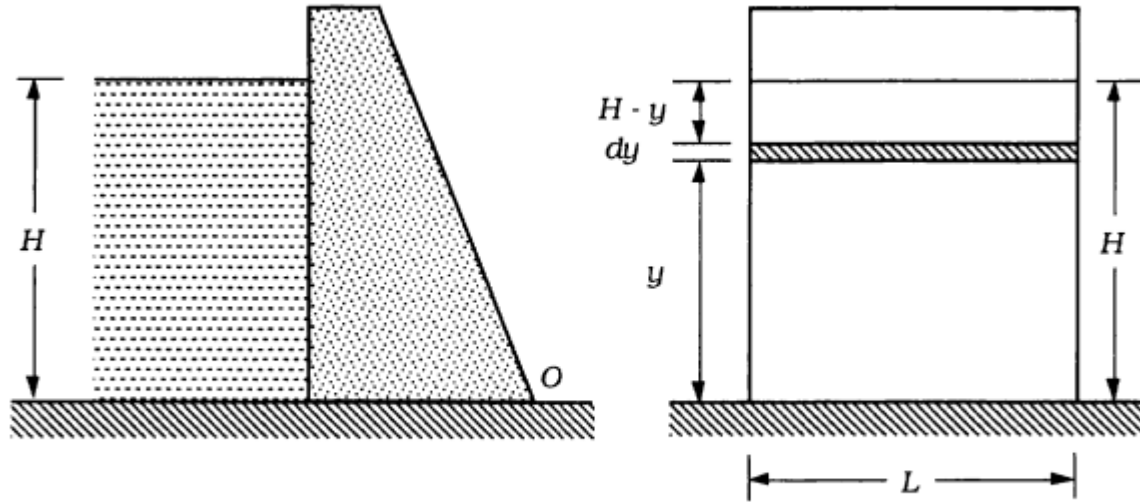
a) Manómetro de tubo abierto



b) Barómetro de mercurio



Fuerza sobre un dique

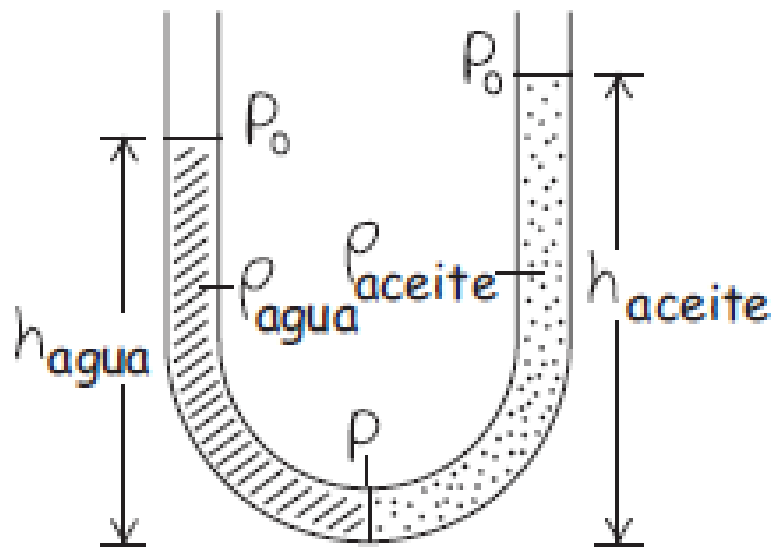


$$F = \frac{1}{2} \rho g L H^2$$

$$M = \frac{1}{6} \rho g L H^3$$

$$\langle H \rangle = \frac{H}{3}$$

Un tubo de manómetro se llena parcialmente con agua. Después se vierte aceite (que no se mezcla con el agua y tiene menor densidad que el agua) en el brazo izquierdo del tubo hasta que la interfaz aceite-agua está en el punto medio del tubo. Ambos brazos del tubo están abiertos al aire. Determine la relación entre las alturas h_{aceite} y h_{agua} .



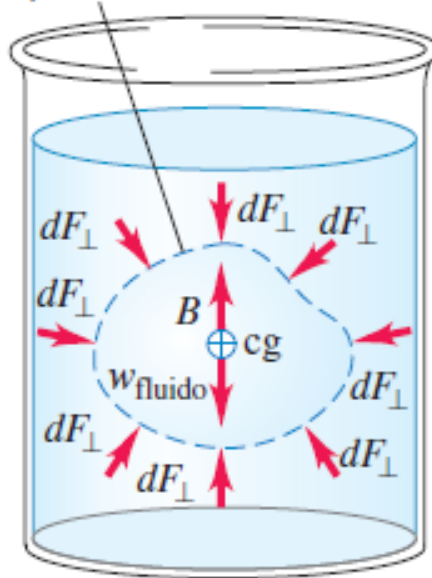
$$h_{\text{aceite}} = \frac{\rho_{\text{agua}}}{\rho_{\text{aceite}}} h_{\text{agua}}$$

Flotación

El principio de Arquímedes establece: Si un cuerpo está parcial o totalmente sumergido en un fluido, este ejerce sobre el cuerpo una fuerza hacia arriba igual al peso del fluido desalojado.

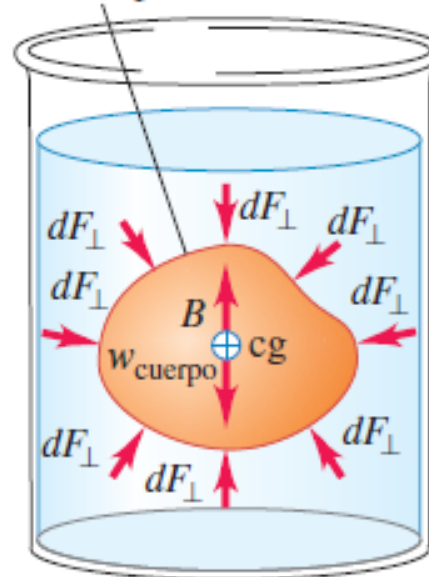
La línea de acción de la fuerza de flotación pasa por el centro de gravedad del fluido desplazado (que no necesariamente coincide con el centro de gravedad del cuerpo).

a) Elemento arbitrario de un fluido en equilibrio



Las fuerzas en el elemento fluido debidas a la presión deben sumarse a la fuerza de flotación de igual magnitud al peso del elemento.

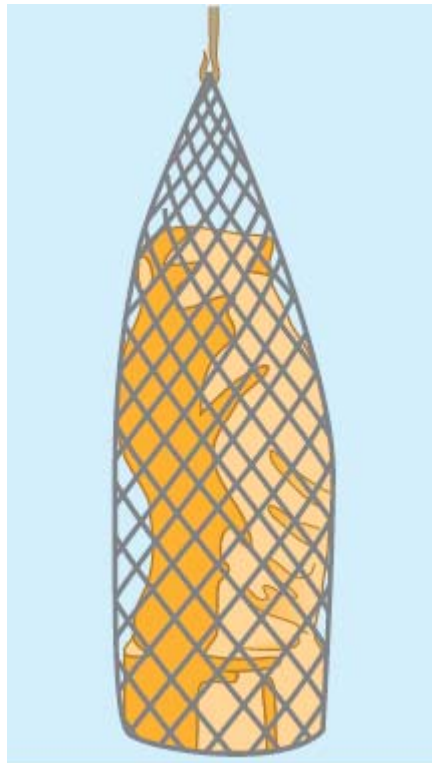
b) El elemento del fluido se sustituye por un cuerpo sólido de forma y tamaño idénticos



Las fuerzas debidas a la presión son iguales, por lo que sobre el cuerpo debe actuar la misma fuerza de flotación que sobre el elemento de fluido, *sin importar el peso del cuerpo.*

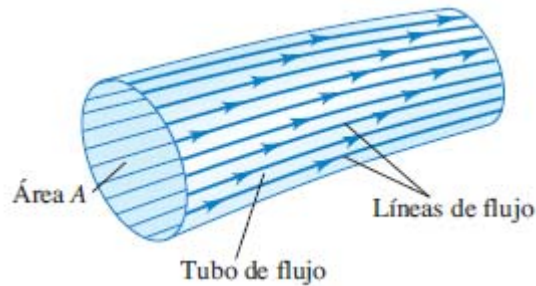
Ejemplo 9-3

Una estatua de oro sólido de 15.0 kg de masa está siendo levantada de un barco hundido (ver figura). ¿Qué tensión hay en el cable cuando la estatua está *a*) en reposo y totalmente sumergida, y *b*) en reposo y fuera del agua?



$$\rho_{oro} = 1,93 \cdot 10^4 \text{ kg} / m^3$$

Flujo de fluido



Un **fluido ideal** es incompresible (su densidad no puede cambiar) y no tiene rozamiento interno (viscosidad).

El trayecto de una partícula individual en un fluido en movimiento se llama **línea de flujo**

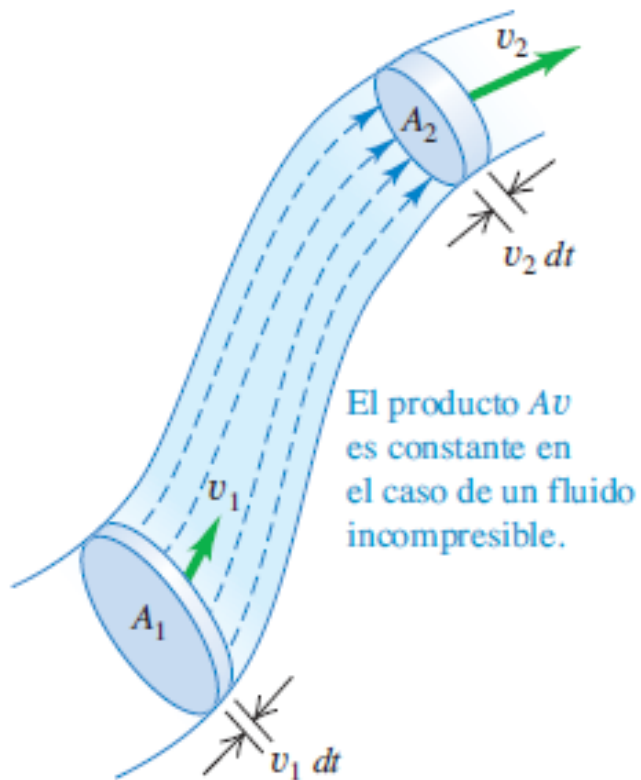
Una **línea de corriente** es una curva cuya tangente en cualquier punto tiene la dirección de la velocidad del fluido en ese punto.

Si el patrón de flujo cambia con el tiempo, las líneas de corriente no coinciden con las de flujo. **Consideraremos sólo situaciones de flujo estable, en las que las líneas de flujo y las de corriente son idénticas.**

Las líneas de flujo que pasan por el borde de un elemento de área imaginario, como el área A en la figura, forman un tubo llamado **tubo de flujo**.

Ecuación de continuidad

14.22 Tubo de flujo con área de sección transversal cambiante. Si el fluido es incompresible, el producto Av tiene el mismo valor en todos los puntos a lo largo del tubo.



$$\rho A_1 v_1 dt = \rho A_2 v_2 dt$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \text{Fluido incompresible}$$

$$\frac{dV}{dt} = Av \quad \begin{array}{l} \text{Tasa de flujo de volumen} \\ \text{Gasto} \end{array}$$

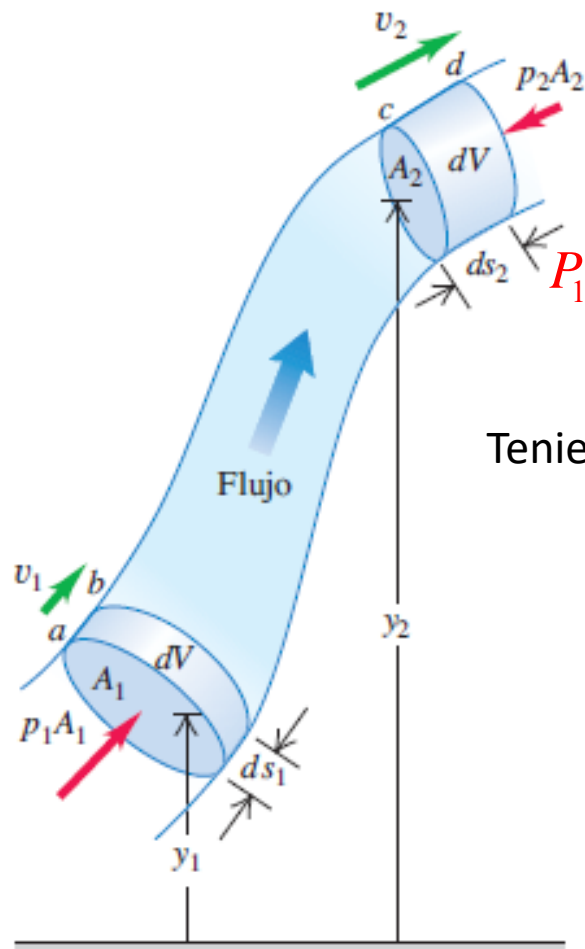
$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \quad \text{Fluido compresible}$$

Ejemplo 9-4

Como parte de un sistema de lubricación para maquinaria pesada, un aceite con densidad de 850 kg/m^3 se bombea a través de un tubo cilíndrico de 8,0 cm de diámetro a razón de 9,5 litros por segundo. *a)* Calcule la rapidez del aceite y la tasa de flujo de masa. *b)* Si el diámetro del tubo se reduce a 4,0 cm, ¿qué nuevos valores tendrán la rapidez y la tasa de flujo de volumen? Suponga que el aceite es incompresible.

Ecuación de Bernoulli

14.23 Deducción de la ecuación de Bernoulli. El trabajo neto realizado sobre un elemento de fluido por la presión del fluido circundante es igual al cambio en la energía cinética más el cambio en la energía potencial gravitacional.



$$W = \Delta E_m = (E_c + E_p)_2 - (E_c + E_p)_1$$

$$P_1 A_1 ds_1 - P_2 A_2 ds_2 = \left(\frac{1}{2} dm v_2^2 + dm g h_2 \right) - \left(\frac{1}{2} dm v_1^2 + dm g h_1 \right)$$

Teniendo en cuenta que:

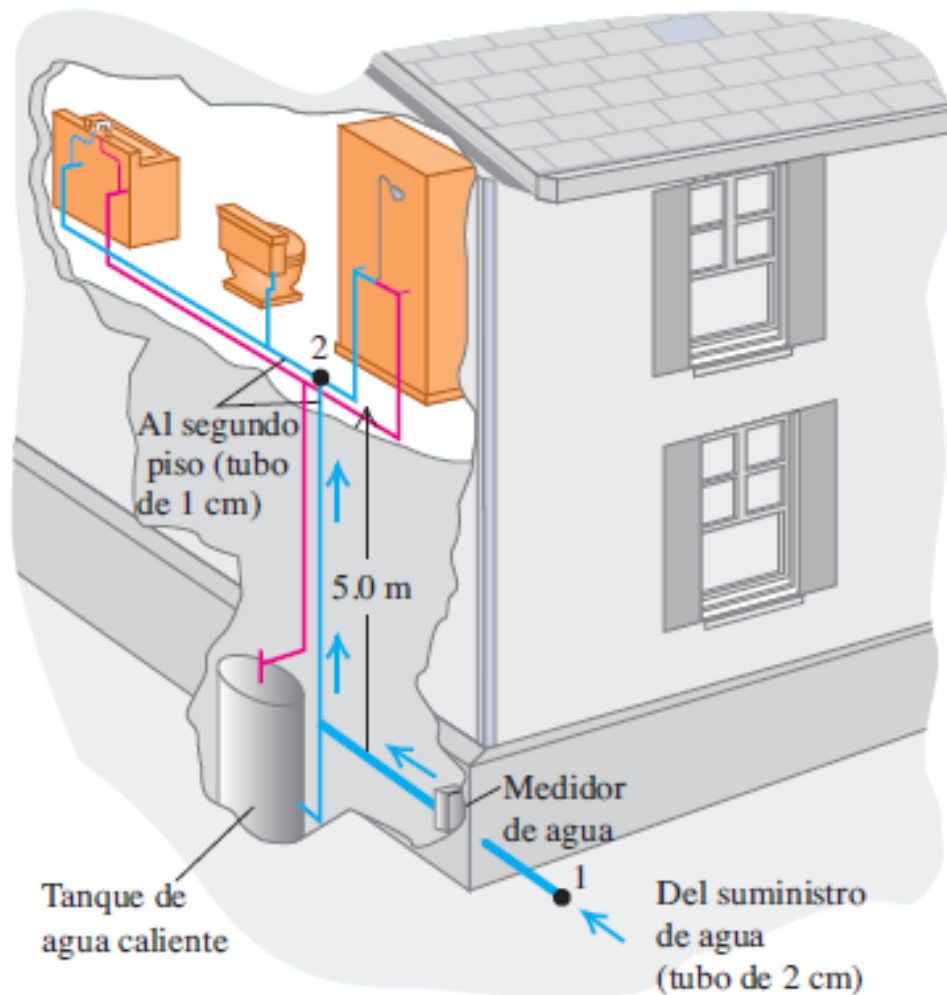
$$\begin{cases} A_1 ds_1 = A_2 ds_2 = dV \\ dm = \rho dV \end{cases}$$

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$P + \rho g y + \frac{1}{2} \rho v^2 = cte \quad \text{Ecuación de Bernoulli}$$

Ejemplo 9-5

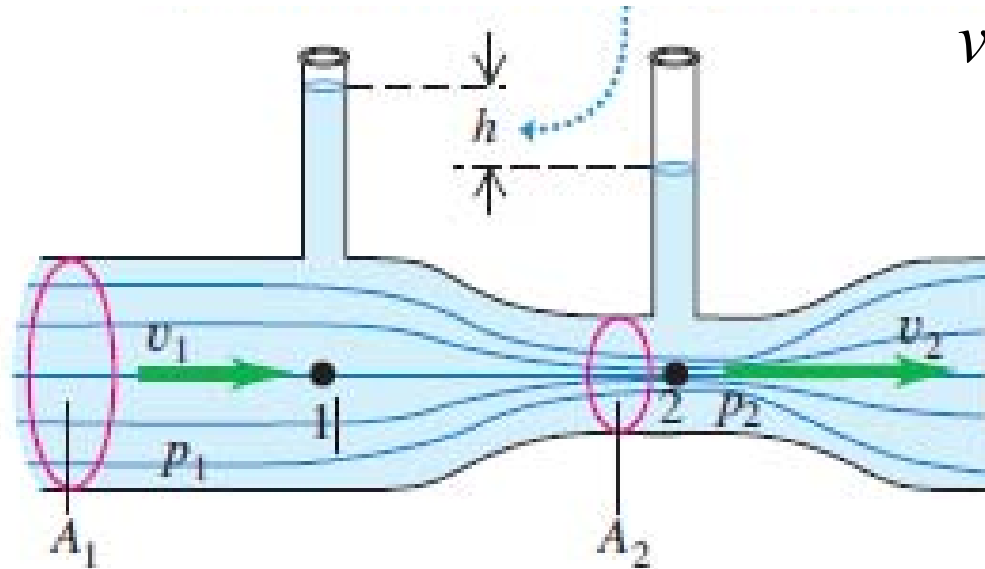
¿Qué presión tiene el agua en el cuarto de baño del segundo piso de esta casa?



En una casa entra agua por un tubo con diámetro interior de 2.0 cm a una presión absoluta de $4,0 \times 10^5$ Pa (unas 4 atm). Un tubo de 1,0 cm de diámetro va al cuarto de baño del segundo piso, 5,0 m más arriba (ver FIGURA). La rapidez de flujo en el tubo de entrada es de $1,5 \text{ ms}^{-1}$.

Calcule la rapidez de flujo, la presión y la tasa de flujo de volumen en el cuarto de baño.

La diferencia de altura es debida a la presión reducida en la garganta (punto 2)



$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1}}$$

La figura ilustra un *medidor Venturi*, que se usa para medir la rapidez de flujo en un tubo. La parte angosta del tubo se llama *garganta*. Deduzca una expresión para la rapidez de flujo v_1 en términos de las áreas transversales A_1 y A_2 y la diferencia de altura h del líquido en los dos tubos verticales.

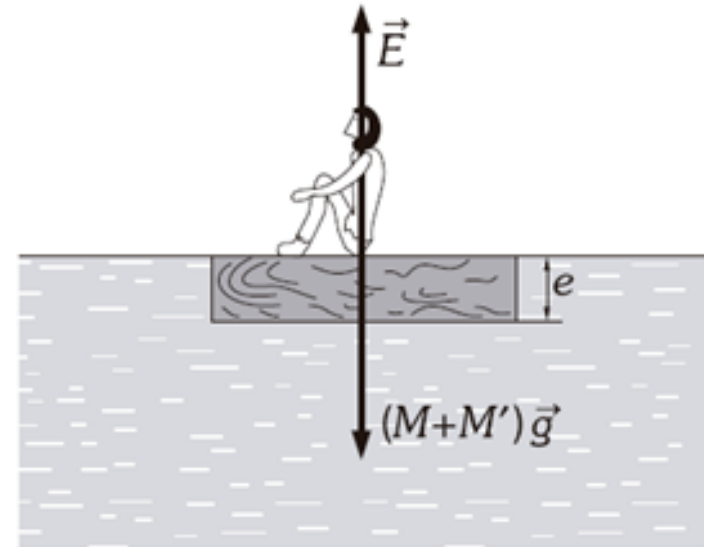
Problema 9-1.-Consideremos el movimiento de un objeto de volumen V y masa m que cae a través de un fluido con viscosidad cero (sin rozamiento).

Dibuje las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
Calcule su aceleración de caída.

Solución:
$$a = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s} \right)$$

Problema 9-2.-Disponemos de una plancha de corcho de 10 cm de espesor. Calcular la superficie mínima S que se debe emplear para que flote en agua, sosteniendo a un náufrago de 70 kg. La densidad del corcho es de 0.24 g/cm^3 .

Nota: entendemos por superficie mínima la que permite mantener al hombre completamente fuera del agua aunque la tabla esté totalmente inmersa en ella.



Solución: $S=0.92 \text{ m}^2$

Problema 9-3.-Un cable anclado en el fondo del mar sostiene una esfera hueca de plástico bajo su superficie. El volumen de la esfera es de $0,3 \text{ m}^3$ y la tensión del cable 900 N .

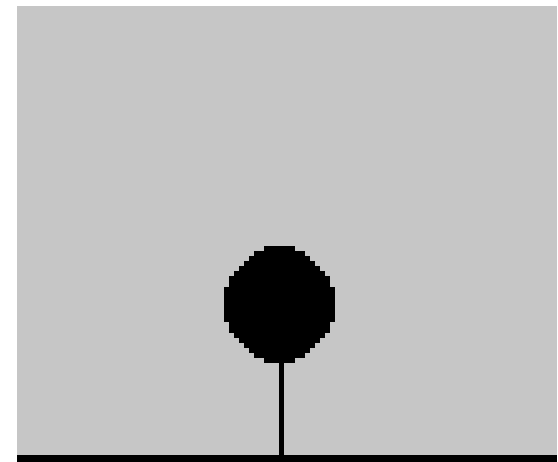
¿Qué masa tiene la esfera?

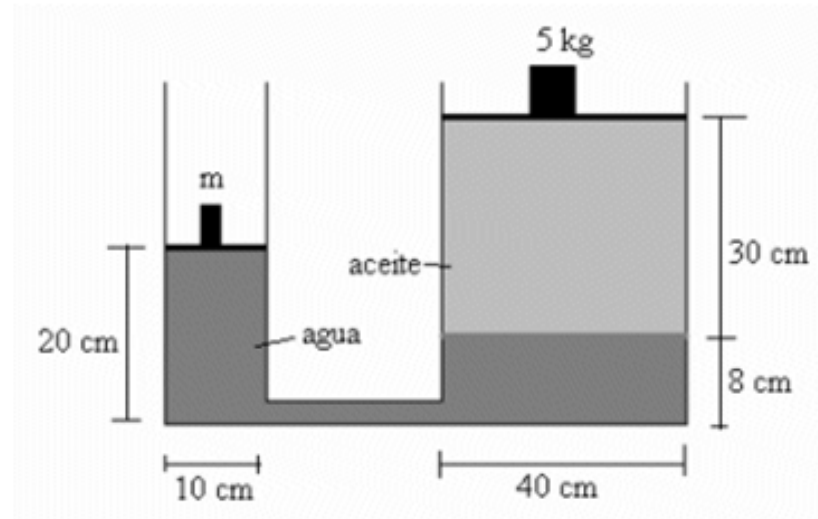
El cable se rompe y la esfera sube a la superficie.

Cuando está en equilibrio, ¿qué fracción del volumen de la esfera estará sumergida?.

Densidad del agua de mar 1.03 g/cm^3

Solución: $M=217,2 \text{ kg}$; b) 70%



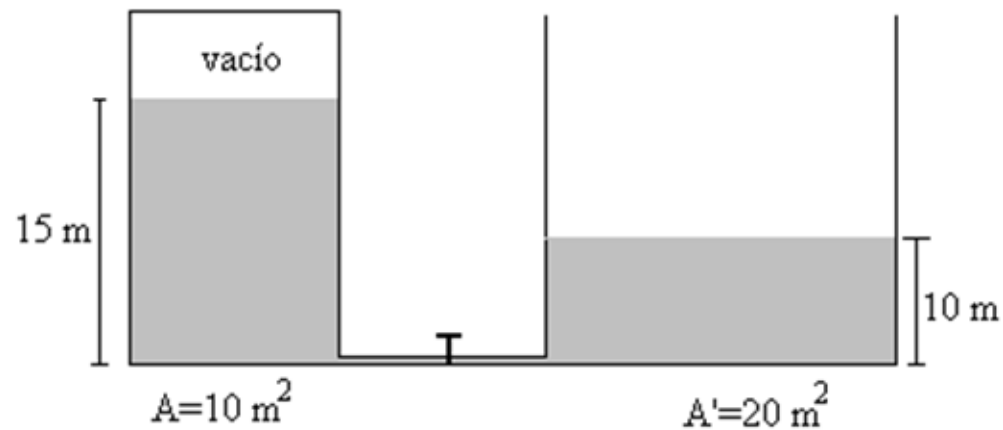


Problema 9-4.-La prensa hidráulica de la figura está formada por dos depósitos cilíndricos, de diámetros 10 y 40 cm respectivamente, conectados por la parte inferior mediante un tubo, tal como se indica en la figura. Contienen dos líquidos inmiscibles: agua, de densidad 1 g/cm^3 y aceite $0,68 \text{ g/cm}^3$.

Determinar el valor de la masa m para que el sistema esté en equilibrio.

Tomar $g=9,8 \text{ m/s}^2$. Presión atmosférica, $P_a= 101293 \text{ Pa}$

Solución: $m=0,97 \text{ kg}$

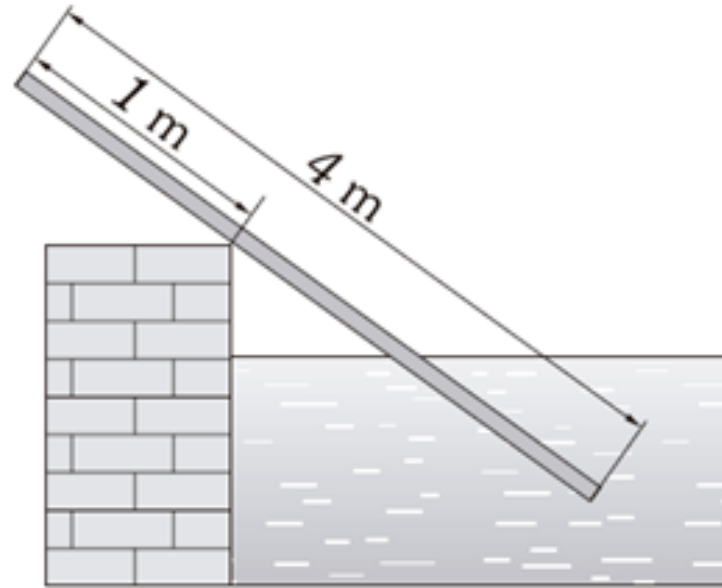


Problema 9-5.-El depósito de la figura contiene agua. Si abrimos la llave de paso.

- ¿qué altura tendrá el agua en cada lado del depósito cuando se alcance el equilibrio?
- ¿qué cantidad de agua pasará de un recipiente al otro hasta que se alcance el equilibrio?

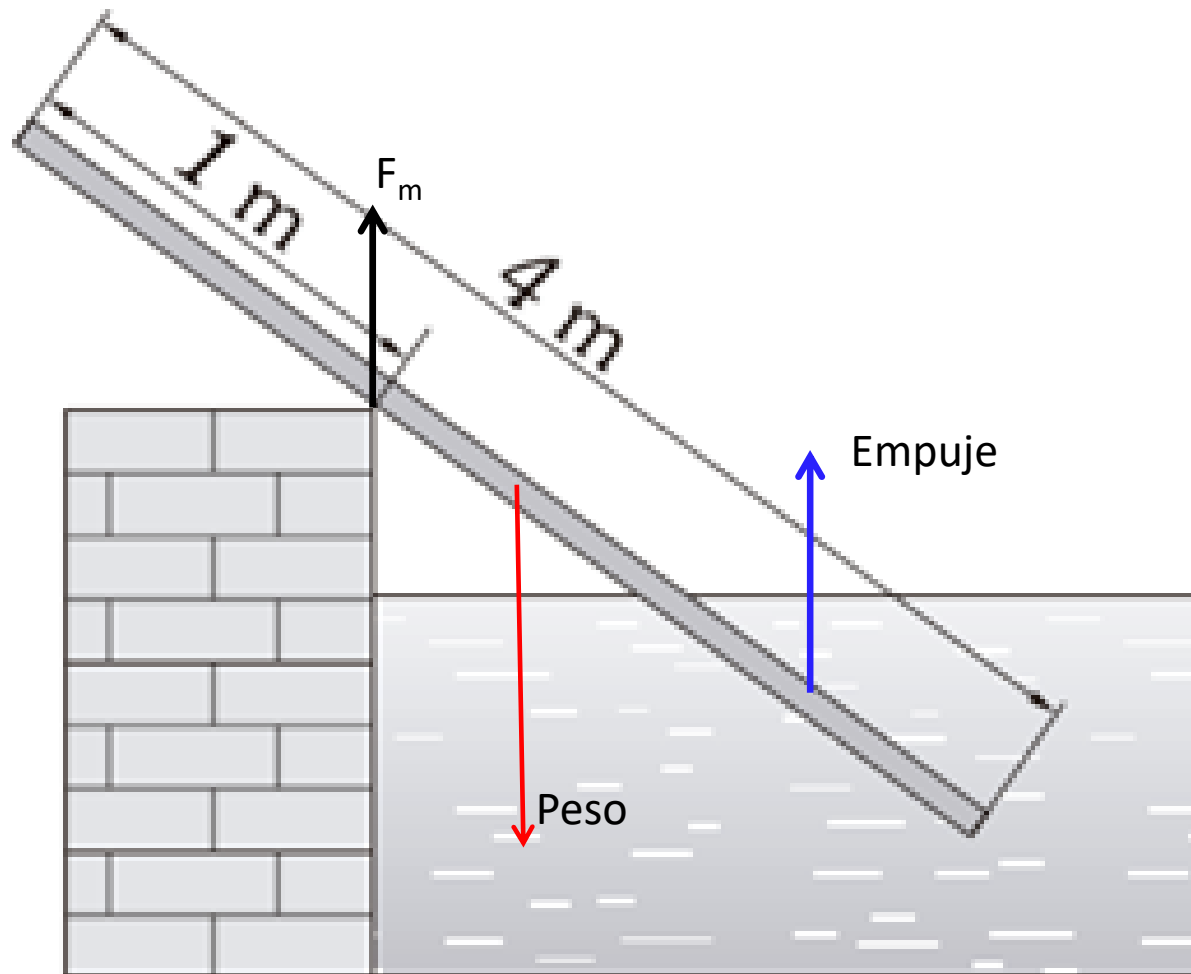
Tomar $g=10 \text{ m/s}^2$. Presión atmosférica, $P_a = 101293 \text{ Pa}$

Solución: a) $h_1=55/3 \text{ m}$, $h_2=25/3 \text{ m}$ b) $100/3 \text{ m}^3$

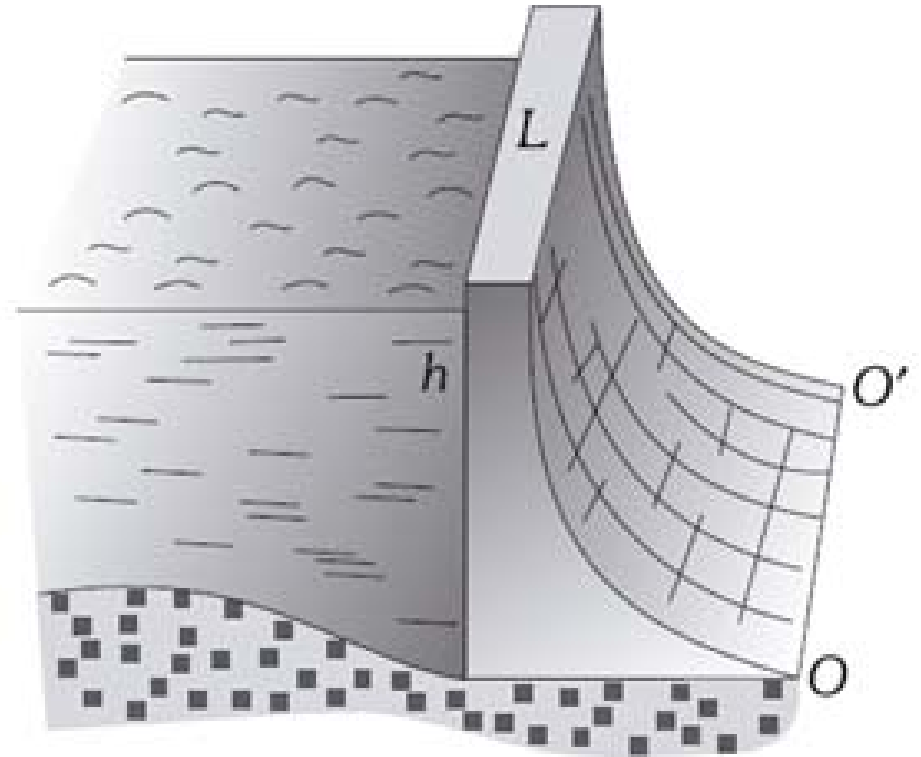


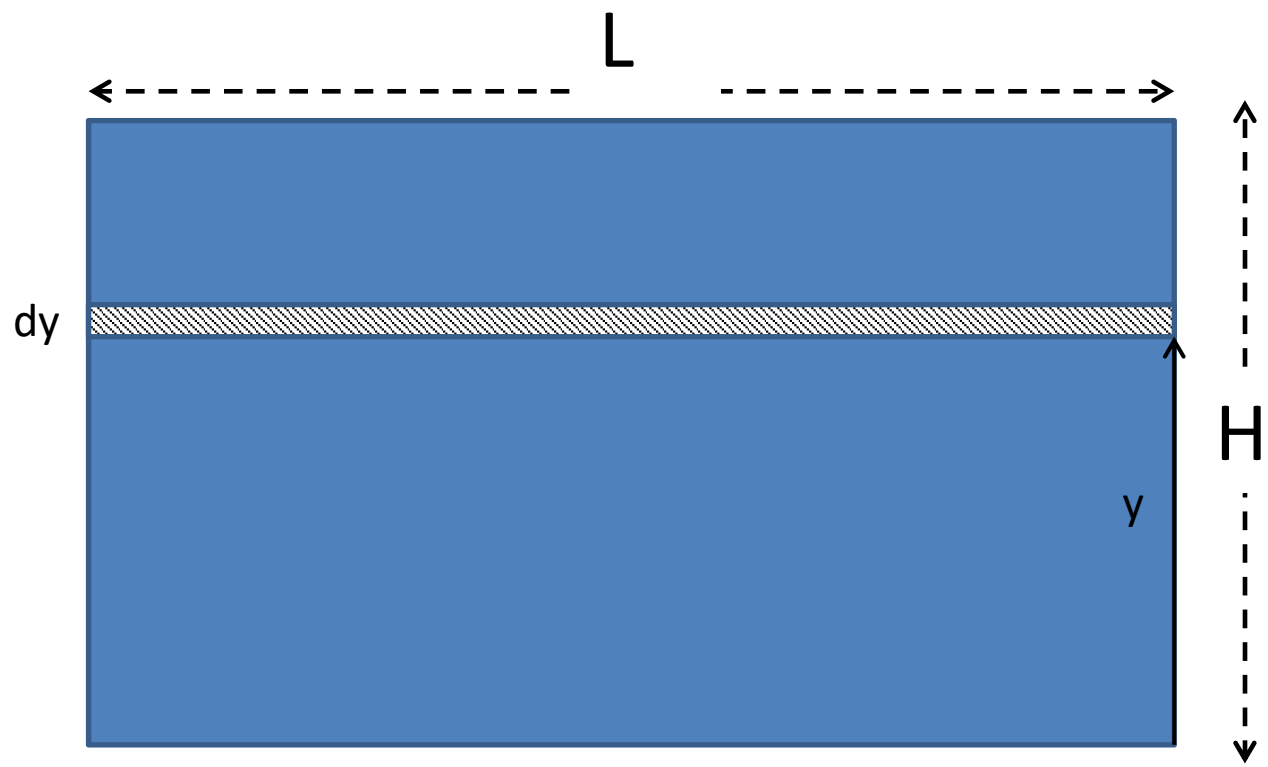
Problema 9-6.-Un tablón homogéneo de densidad $0,7 \text{ g /cm}^3$, de longitud 4 m y de sección constante, se apoya en el borde de una piscina con agua como se indica en la figura; desde el punto de apoyo hasta el extremo no sumergido hay 1 m . Calcular la longitud sumergida del tablón.

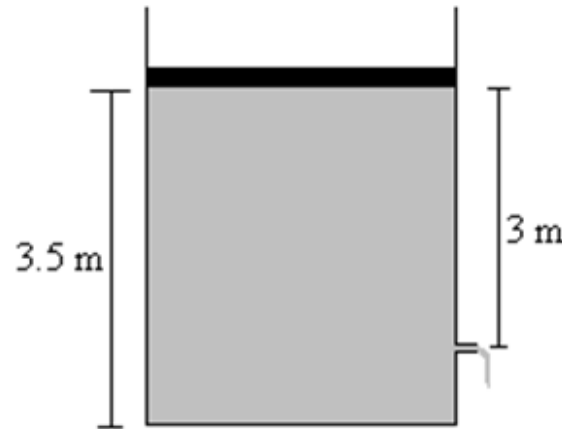
Solución: $l=1,16 \text{ m}$



Problema 9-7.-La figura nos representa el dique de un embalse en el que el agua alcanza una profundidad $h = 60$ m en la pared vertical, y tiene una longitud $L = 250$ m. Calcular: a) La fuerza resultante que actúa sobre el dique. b) Momento de la fuerza que tiende a hacer girar el dique alrededor de OO' . c) Posición de la línea de acción de la resultante





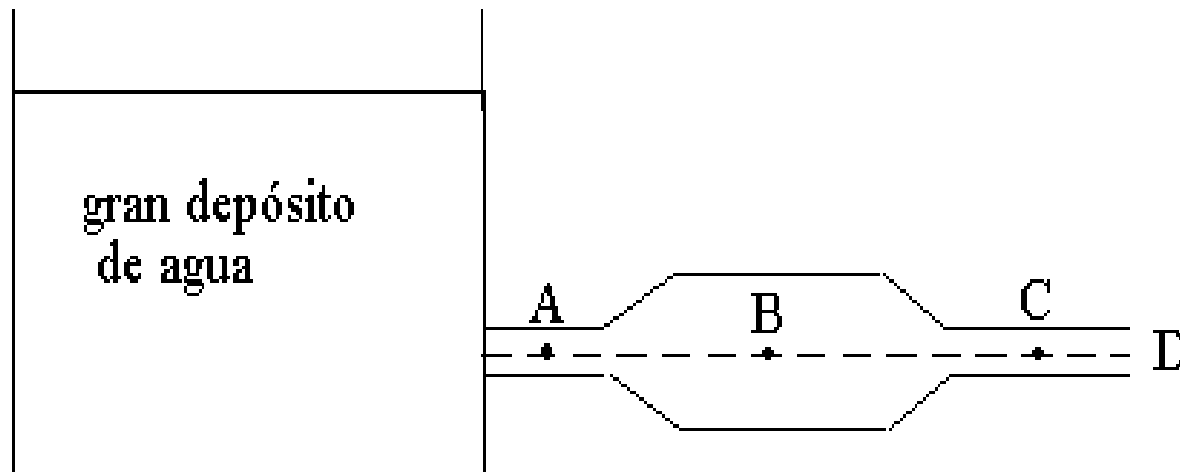


Problema 9-8.-Un depósito de agua está cerrado por encima con una placa deslizante de 12 m^2 y 1200 kg de masa. El nivel del agua en el depósito es de $3,5 \text{ m}$ de altura.

- a) Calcular la presión en el fondo.
- b) Si se abre un orificio circular de 5 cm de radio a medio metro por encima del fondo, calcúlese el volumen de agua que sale por segundo por este orificio. (Se considera que el área del orificio es muy pequeño frente al área del depósito).

Tomar $g=10 \text{ m/s}^2$. Presión atmosférica, $p_a= 10^5 \text{ Pa}$

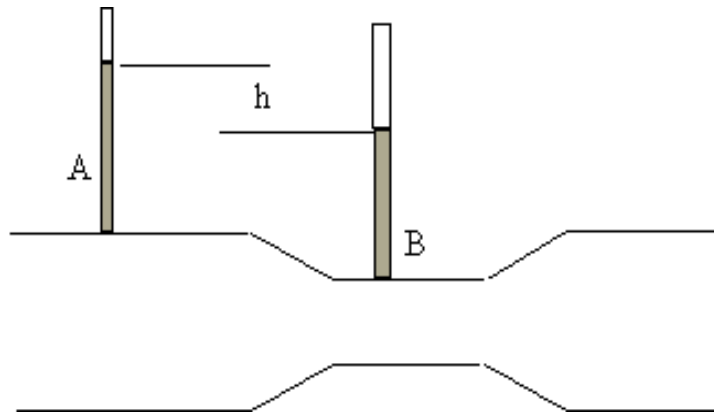
Solución: a) $P=1,36 \times 10^5 \text{ Pa}$; b) $0,062 \text{ m}^3/\text{s}$



Problema 9-9.-De un gran depósito de agua, cuyo nivel se mantiene constante fluye agua que circula por los conductos de la figura hasta salir por la abertura D, que está abierta al aire. La diferencia de presión entre los puntos A y B es $P_B - P_A = 500 \text{ Pa}$. Sabiendo que las secciones de los diferentes tramos de la conducción son $S_A = S_C = 10 \text{ cm}^2$ y $S_B = 20 \text{ cm}^2$, calcular:

- las velocidades.
 - las presiones del agua en los puntos A, B, de la conducción.
- La presión en C es la atmosférica, igual a 10^5

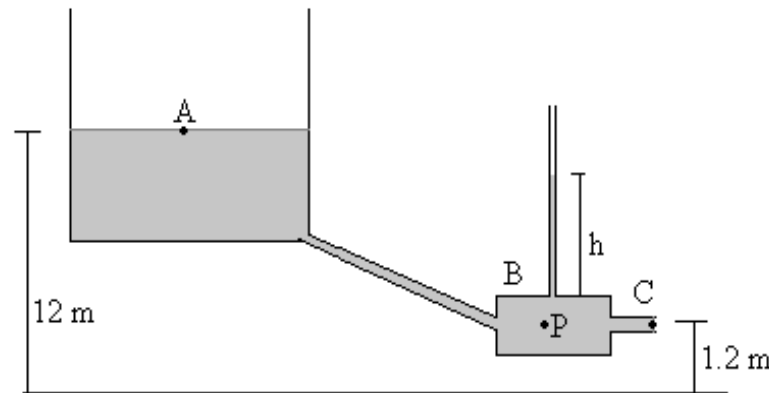
$$v_A = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ m/s} ; v_B = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ m/s} \quad P_A = P_C = 10^5 \text{ Pa} ; P_B = (10^5 + 500) \text{ Pa}$$



Problema 9-10.-Para saber velocidad del agua en una tubería empalmamos en ella un tubo en forma de T de menor sección, colocamos tubos manométricos A y B, como indica la figura y medimos la diferencia de altura h (5 cm) entre los niveles superiores del líquido en tales tubos.

- Sabiendo que la sección del tubo estrecho es 10 veces menor que la tubería, calcular la velocidad del líquido en ésta.
- Calcúlese el gasto, si el área de la sección mayor es 40 cm^2

Solución: a) $v = 0,1 \text{ m/s}$ b) Gasto = $0,4 \text{ l/s}$

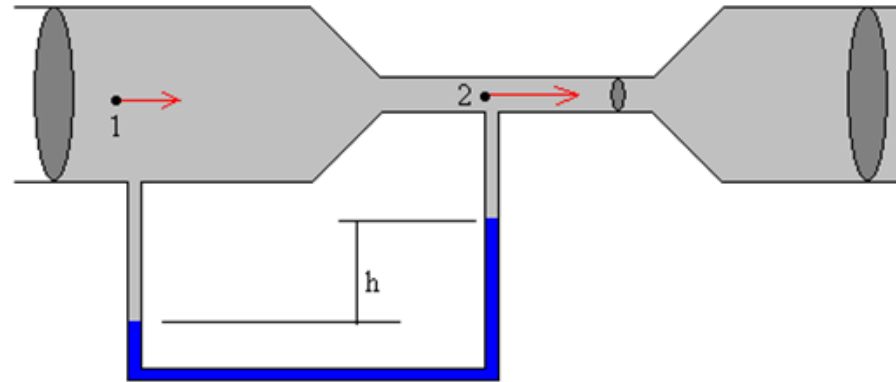


Problema 9-11.-Del depósito A de la figura sale agua continuamente pasando través de depósito cilíndrico B por el orificio C. El nivel de agua en A se supone constante, a una altura de 12 m sobre el suelo. La altura del orificio C es de 1,2 m. El radio del depósito cilíndrico B es 10 cm y la del orificio C, 4 cm. Calcular:

- La velocidad del agua que sale por el orificio C.
- La presión del agua en el punto P depósito pequeño B
- La altura h del agua en el manómetro abierto vertical.

Dato: la presión atmosférica es $P_0 = 101293 \text{ Pa}$

Solución: a) $v_C = 14,55 \text{ m/s}$ b) $P_B = 203727 \text{ Pa}$ c) $h = 10,4 \text{ m}$



Problema 9-12.-El gasto en una tubería por la que circula agua es 208 l/s. En la tubería hay instalado un medidor de Venturi con mercurio como líquido manométrico. Si las secciones de las tuberías son 800 y 400 cm²,
Calcular el desnivel h que se produce en el mercurio.

Dato: densidad del mercurio 13,6 g/cm³

Solución: $h=9,2$ cm